

# Avaliação Da Contribuição De Resistência Do Concreto No Banzo Tracionado Em Vigas De Concreto Armado

#### Luiz Eduardo Oliveira de Almeida<sup>1</sup>, Sergio Hampshire de Carvalho Santos<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Mestrando / Programa de Projeto de Estruturas / Universidade Federal do Rio de Janeiro / luizeoliver@poli.ufrj.br <sup>2</sup> Professor Titular/ Escola Politécnica /Universidade Federal do Rio de Janeiro / sergiohampshire@poli.ufrj.br

#### Resumo

As vigas em concreto armado são projetadas para resistir a diferentes solicitações através de métodos consolidados que estimam o comportamento estrutural em sua vida útil. Particularmente, as metodologias indicadas nas normas de estruturas de concreto para resistir ao mecanismo resistente de cisalhamento apresentam resultados distintos, sendo que a falha dessas vigas pode se manifestar de maneira abrupta. Esta divergência se deve principalmente às diferentes concepções na avaliação da parcela resistida pelos mecanismos complementares do concreto. O comportamento das vigas sob diferentes estados de tensões pode ser determinado pela Teoria do Campo de Compressão Modificada (*Modified Compression Field Theory-MCFT*), que é um modelo geral validado por resultados experimentais, que relaciona o carregamento aplicado às deformações específicas, através de análise não linear em vigas de concreto armado. Este trabalho avalia a contribuição da parcela resistida pelo concreto na tensão do banzo tracionado em vigas submetidas a diversas combinações de solicitações cortantes e momentos fletores. Para isso, foram adotadas as metodologias indicadas na NBR 6118:2023, CSA A23.3-19 e *fib-Model Code*. Os resultados das tensões indicadas nestas normas foram comparados com as análises de seção obtidas pela *MCFT*, através do *software Response-2000*.

### **Palavras-chave:**

Concreto Armado, Cisalhamento, Teoria do Campo de Compressão Modificada.

### Introdução

As teorias difundidas nas normas determinam com precisão a armadura longitudinal em vigas de concreto armado submetidas a flexão pura. Entretanto, as recomendações das normas divergem consideravelmente nos critérios de resistência ao cisalhamento para determinação das armaduras transversais (BENTZ et al, 2006). A ruptura de vigas sob influência da combinação de força cortante e momentos fletores se caracteriza pelo surgimento de fissuras que variam o ângulo de inclinação e deformação entre seções transversais. O mecanismo de cisalhamento em vigas tem sido objeto de estudo ao longo dos anos devido aos diferentes fatores que influenciam na resistência. Em casos de vigas dimensionadas inadequadamente, podem ocorrer ruptura de forma abrupta, sendo incompatível com a segurança da estrutura.

Os métodos de dimensionamento utilizados nas normas atualmente ainda seguem a analogia da treliça proposta por RITTER (1899) e MÖRSCH (1909), idealizando o comportamento das vigas e armaduras necessárias para resistir ao cisalhamento das seções. Apesar da disponibilidade de recursos computacionais mais avançados e novas abordagens teóricas, esse método ainda é amplamente difundido devido a facilidade de aplicação, sendo que ao longo dos anos, recebeu contribuições significativas para utilização atual. Contudo, torna-se necessário avaliar os procedimentos estabelecidos em normas atuais através de outras abordagens.

Nesse contexto, a teoria do campo de compressão (*CFT – Compression Field Theory*) é utilizada para analisar almas de vigas de concreto fissuradas (CELESTE, 2015). Esta teoria consiste na aplicação de relações de equilíbrio, compatibilidade e relações de tensão-deformação dos materiais. Além disso, baseia-se em resultados experimentais de painéis de concreto armado submetidos a cisalhamento puro e solicitações combinadas. Posteriormente, a teoria foi modificada por VECCHIO (1986) para consideração de tensões de tração no concreto fissurado e interação entre essas fissuras e os estribos, mesmo em deformações médias elevadas. Sendo assim, essa contribuição deu origem a Teoria do Campo de Compressão Modificada (*MCFT – Modified Compression Field Theory*), em que os mecanismos complementares de resistência do concreto são considerados nos elementos estruturais submetidos a cisalhamento. Para colocar essa metodologia em

prática, BENTZ e COLLINS (2001) conceberam o programa Response-2000 na Universidade de Toronto, no qual são inseridas curvas padrão que representam as respostas de ensaios experimentais realizados em painéis fissurados. Sendo assim, *MCFT* se apresenta como método promissor no estudo da influência da resistência ao cisalhamento do concreto na determinação das armaduras longitudinais. A aplicação do *Response-2000* fornece as parcelas resistidas pelas armaduras longitudinais e transversais a partir de pares de solicitações de momento fletor e cortante.

Nessa perspectiva, o objetivo deste trabalho é elaborar um estudo paramétrico da contribuição da resistência do concreto ao cisalhamento de vigas de concreto armado nas tensões da armadura longitudinal segundo a teoria *MCFT* e comparar os resultados com os obtidos pelos critérios apresentados pela NBR 6118 (ABNT, 2023). Também serão comparados estes resultados com as recomendações da CSA A23.3-19 (2019) e *fib* Model Code 2020 (2024). Nesta análise, as seções das vigas serão submetidas a combinações das solicitações cortantes e momentos fletores, aplicando o *MCFT* através do *software Response-2000*. A tensão na armadura longitudinal será avaliada em diferentes configurações de taxas de armadura que possam alterar o mecanismo resistente à força cortante.

Este trabalho resume o projeto de graduação de ALMEIDA (2024).

## Metodologia

A determinação dos casos analisados neste estudo busca cobrir as combinações de momentos fletores e esforços cortantes solicitando uma seção de viga de 30 cm de largura e 80 cm de altura, que apresenta taxas de armaduras longitudinais e transversais dimensionadas conforme o Modelo I da NBR 6118 (ABNT, 2023). Na avaliação dessa da seção de viga de concreto armado, foram utilizados os materiais com  $f_{ck} = 25 MPa$  para o concreto e  $f_{yk} = 500 MPa$  para o aço.

A partir dos resultados de dimensionamento das armaduras longitudinais e transversais no Modelo I da NBR 6118 (ABNT, 2023), foram analisados dois cenários pelo *Response-2000*: O Modelo A apresenta armaduras longitudinais simples posicionadas na parte inferior da seção e no Modelo B são dispostas armaduras duplas na parte inferior e superior, conforme Figura 1. Os resultados de tensão na armadura longitudinal encontrados no Modelo I da NBR 6118 (ABNT, 2023) são comparados com o Modelo II da mesma Norma, com os Modelos A e B do *Response-2000*, com a CSA A23.3-19 (2019) e o nível de aproximação II-b do *fib* Model Code 2020 (2024).





As seções de vigas analisadas abrangem 9 níveis de linha neutra ( $k_x = x/d$ ) de 0,05 a 0,45, garantindo as condições de ductilidade no Estado Limite Último (ELU) considerando o limite de  $k_x = 0,45$  para  $f_{ck} \le 50 MPa$ . Com isso, são determinadas através das Equações 1 a 4 os momentos máximos e armaduras longitudinais correspondentes a cada caso em que as vigas são solicitadas à flexão pura.

$$k_z = 1 - 0.4 \times k_x \tag{1}$$

$$k_{md} = 0,68 \times k_x \times k_z \tag{2}$$

$$M_d = k_{md} \times b_w \times d^2 \times f_{cd} \tag{3}$$

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd} \times k_z \times d} \tag{4}$$

Após a determinação dos momentos máximos, aplicam-se dez fatores de redução que variam de  $1,0M_{sd}$  a  $0,1M_{sd}$ . Obtém-se pelo Modelo I da NBR 6118 (ABNT, 2023) a parcela resistida pelo concreto através da equação 5.

$$V_c = V_{c0} = 0.6 \times f_{ctd} \times b_w \times d \tag{5}$$

A expressão da força no banzo tracionado é ajustada, conforme a equação 6, e interagida com a expressão de decalagem dos momentos fletores (Equação 7) para obter a cortante atuante na seção correspondente ao momento reduzido.

$$V_{sd} = \left(F_{sd,cor} - \frac{M_{sd}}{z}\right) \times \frac{d}{a_l} \tag{6}$$

$$a_{l} = d \times \left[ \frac{V_{sd,m\acute{a}x}}{2 \times (V_{sd,m\acute{a}x} - V_{c})} \times (1 + cotg(\alpha)) - cotg(\alpha) \right] \le d$$
(7)

$$F_{sd,cor} = f_{yd} \times A_s \tag{8}$$

$$x = 1,25 \times d \times \left(1 - \sqrt{1 - \frac{M_{sd}}{0,425 \times \eta_c \times b_w \times d^2 \times f_{cd}}}\right)$$
(9)

$$z = d - \frac{\lambda \times x}{2} \tag{10}$$

As armaduras transversais são dimensionadas conforme os procedimentos da NBR 6118 (ABNT, 2023), respeitando os critérios de segurança no Estado Limite Último (ELU). A equação 11 apresenta a armadura transversal necessária. A armadura transversal adotada é igual a necessária, atendendo ao critério de armadura mínima.

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{sw}}{f_{ywd} \times 0.9 \times d \times (sen(\alpha) + \cos(\alpha))}$$
(11)

$$\rho_{sw} \ge \frac{0.2 \times f_{ct,m}}{f_{ywk}} \tag{12}$$

$$f_{ct,m} = 0.3 \times f_{ck}^{2/3}$$
(13)

A área da seção de uma perna do estribo utilizada na análise de seção é obtida na equação 14, considerando espaçamento longitudinal de 20 cm entre estribos e duas pernas resistindo ao cisalhamento da seção.

$$A_{\phi} = \frac{\left(s_{adot} \times \frac{A_{sw}}{s}\right)}{n} \tag{14}$$

 $A_{\emptyset}$  = área da bitola de uma "perna" do estribo;

 $s_{adot}$  = espaçamento longitudinal entre os estribos;

n = número de "pernas" do estribo;

 $\frac{A_{SW}}{s}$  = taxa de armadura transversal.

A NBR 6118 (ABNT, 2023) determina a força de tração no banzo inferior pela equação 15 e a tensão na armadura longitudinal é obtida pela razão desta força pela área da seção da armadura (Eq. 16)

$$F_{sd} = \frac{M_{sd}}{z} + |V_{sd}| \frac{a_l}{d} \le \frac{M_{sd,m\acute{a}x}}{z}$$
(15)

$$\sigma_{long} = \frac{F_{sd}}{A_s} \tag{16}$$

Os casos foram definidos com os pares de solicitações de momentos fletores e força cortante, e dimensionadas as armaduras longitudinais e transversais, conforme a NBR 6118 (ABNT, 2023). Então, esses casos foram analisados pelo *software Response-2000* a partir desses dados iniciais, considerando também a geometria da seção e as propriedades do concreto e aço. Os resultados referentes ao comportamento das armaduras são apresentados pelo software, conforme Figura 2. Coletam-se as informações de tensão na armadura longitudinal (*Long. Reinforcement Stress*) e tensão nos estribos (*Stirrup Stress*) quando o momento fletor atuante é fixo, correspondente ao caso analisado, enquanto a força cortante varia até a máxima resistida pela seção, atingindo

a tensão de escoamento do estribo ou da armadura longitudinal. A força cortante máxima é também registrada para cada caso.



Figura 2 – Resultados do comportamento das armações longitudinais e transversais. A tensão longitudinal nas armaduras também foi avaliada considerando as recomendações do *fib* Model Code 2020 (2024). Para isso, calcula-se os parâmetros que influenciam no mecanismo de resistência ao cisalhamento, como o ângulo médio da biela comprimida (Eq.17) e a parcela resistida pelo concreto (Eq. 24).

$$\varepsilon_{\chi} = \left(\frac{\frac{M_{Ed}}{z} + V_{Ed} + \frac{N_{Ed}}{2} \pm \frac{N_{Ed}}{z} \times \Delta e}{2 \times (E_s \times A_s)}\right) \tag{17}$$

$$\varepsilon_{1} = \varepsilon_{x} + (\varepsilon_{x} + 0.001) \times cotg^{2}(\theta)$$
(18)  
$$\theta_{min} = 20^{\circ} + 1000 \times \varepsilon_{x}$$
(19)

$$\min_{min} = 20^\circ + 1000 \times \varepsilon_x \tag{19}$$
$$\theta = 29^\circ + 7000 \times \varepsilon_x \tag{20}$$

$$\frac{1}{1} \le 1,0 \tag{21}$$

$$k_{\varepsilon} = \frac{1}{1 + 110 \times \varepsilon_1} \le 1,0 \tag{21}$$

$$k_{\nu} = \frac{0.1}{1 + 1500 \times \varepsilon_{\chi}} \ge 0 \tag{22}$$

$$V_{Rd,máx} = \frac{k_{\varepsilon} \times \frac{J_{ck}}{\gamma_c} \times b_w \times z}{\cot(\theta) + tg(\theta)}$$
(23)

$$V_{Rd,c} = k_v \times \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \times b_w \times z \tag{24}$$

Analogamente, determina-se o ângulo da biela comprimida (Eq.26) e a parcela resistida pelo concreto (Eq.29) a partir das recomendações da CSA A23.3-19 (2019).

$$\varepsilon_x = \left(\frac{\frac{M_f}{d_v} + V_f + \frac{N_f}{2}}{2 \times (E_s \times A_s)}\right) \le 0,003$$
(25)

$$\theta = 29^{\circ} + 7000 \times \varepsilon_x \tag{26}$$

$$s_{ze} = \frac{33 \times 3_z}{15 + a_g} \tag{27}$$

$$\beta = \frac{0.40}{(1+1500 \times \varepsilon_x)} \times \frac{1300}{(1000 + s_{ze})}$$
(28)

$$V_c = \phi_c \times \lambda \times \beta \times \sqrt{f_c' \times b_w \times d_v}$$
<sup>(29)</sup>

A partir de uma viga sob flexão, realiza-se o equilíbrio da seção inclinada com ângulo da biela  $\theta$ , representado pela Figura 3. A força no banzo tracionado recomendada pela CSA A23.3-19 (2019) e pelo nível de

aproximação II-b do *fib* Model Code 2020 (2024) é fornecida, com adaptação dos parâmetros, pela equação 30.



#### Conclusões

Os resultados completos podem ser encontrados em ALMEIDA (2024). Apenas o caso 9 ( $k_x = 0.45$ ) e suas subdivisões serão apresentados como aplicação da metodologia proposta e manter a demonstração dos dados concisa.

A Tabela 1 apresenta os momentos fletores máximos e as armaduras correspondentes ao caso de flexão pura na seção transversal, considerando as diferentes alturas de linha neutra. Na Tabela 2 são demonstradas as subdivisões do caso 9, representando as frações do momento máximo e o cortante correspondente que atinja o limite de escoamento da armadura longitudinal, respeitando também o limite de cortante relacionado a ruptura da biela comprimida  $V_{rd2} = 911,25 kN$ . Também são calculadas as tensões nas armaduras longitudinais pela NBR 6118 (ABNT, 2023). As armaduras transversais são calculadas e resumidas na Tabela 3.

Fabela 1 –	· Momento	resistente e	dimensio	namento	em fun	ção da	posiç	ão da	a linha	neutra	para
						5 · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·					

		1	-,	-	
Casos	k <sub>x</sub>	k <sub>z</sub>	k <sub>md</sub>	M <sub>sd</sub> (kN ⋅ m)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )
1	0,050	0,980	0,033	87,47	2,93
2	0,100	0,960	0,065	171,36	5,87
3	0,150	0,940	0,096	251,69	8,80
4	0,200	0,920	0,125	328,44	11,73
5	0,250	0,900	0,153	401,63	14,66
6	0,300	0,880	0,180	471,24	17,60
7	0,350	0,860	0,205	537,29	20,53
8	0,400	0,840	0,228	599,76	23,46
9	0,450	0,820	0,251	658,67	26,39

 $k_{\rm w} = 0.45$ 

Tabela 2 – Valores de momentos fletores e forças cortantes para cada caso para  $k_x = 0, 45$ .

Casos	M <sub>sd</sub>	As	Z	a <sub>l</sub>	V <sub>sd</sub>	Vc	V <sub>sw</sub>	$\sigma_{long}$
Casos	$(kN \cdot m)$	$(cm^2)$	(m)	(m)	(kN)	(kN)	(kN)	(MPa)
9-1	658,67	26,39	0,574	0,700	0,00	161,59	0,00	434,78
9-2	592,80	26,39	0,590	0,700	142,08	161,59	0,00	434,78
9-3	526,93	26,39	0,604	0,700	275,45	161,59	113,86	434,78
9-4	461,07	26,39	0,618	0,485	579,56	161,59	417,96	434,78
9-5	395,20	26,39	0,631	0,433	842,99	161,59	681,40	434,78
9-6	329,33	26,39	0,644	0,425	911,25	161,59	749,66	403,44
9-7	263,47	26,39	0,656	0,425	911,25	161,59	749,66	361,83
9-8	197,60	26,39	0,667	0,425	911,25	161,59	749,66	321,79
9-9	131,73	26,39	0,679	0,425	911,25	161,59	749,66	283,17
9-10	65,87	26,39	0,690	0,425	911,25	161,59	749,66	245,82
1 1 2	D' '		4 . 1				•	

T	hala	2	<b>D</b> !		~ <b>.</b> .	a mar a dina a a	4		. 1.		
гя	пега.	.) —	Dimen	sionament	о аяѕ	armaonras	Transver	зав ряга	I K	= u	. 45
	o erec	•	2 111101		o ano			pars part	x x	•	,

G	A <sub>sw.min</sub>	A <sub>sw.</sub>	A <sub>sw.adot</sub>	$A_{\phi}$
Casos	$\frac{s}{(cm^2/m)}$	$\frac{s}{(cm^2/m)}$	$\frac{s}{(\text{cm}^2/\text{m})}$	(cm <sup>2</sup> )
9-1	3,08	0,00	3,08	0,31
9-2	3,08	0,00	3,08	0,31
9-3	3,08	4,16	4,16	0,42
9-4	3,08	15,26	15,26	1,53
9-5	3,08	24,88	24,88	2,49
9-6	3,08	27,37	27,37	2,74
9-7	3,08	27,37	27,37	2,74
9-8	3,08	27,37	27,37	2,74
9-9	3,08	27,37	27,37	2,74
9-10	3,08	27,37	27,37	2,74

A seção é analisada no *Response-2000* com as armaduras transversais e longitudinais dispostas. Além disso, cada caso é analisado pelas normas *fib* Model Code 2020 (2024) e CSA A23.3-19 (2019). Como ambas as normas apresentam mesma expressão para determinar o ângulo da biela  $\theta$ , avalia-se utilizando este mesmo ângulo pelo Modelo II da NBR 6118 (ABNT, 2023). As Tabela 4 e 5 apresentam o resumo dos pares de solicitações para cada método e tensões longitudinais, respectivamente. A Figura 4 apresenta a cortante solicitante em função do momento fletor e a Figura 5 representa a tensão longitudinal encontrada em função do momento fletor de cada caso.

Tabela 4 – Resumo dos valores encontrados de força cortante para  $k_x = 0, 45$ .

Casos	M <sub>sd</sub> (kN · m)	V <sub>sd</sub> NBR 6118 MC I (kN)	V <sub>sd</sub> NBR 6118 MC II (kN)	V <sub>sd</sub> CSA A23.3 (kN)	V <sub>sd</sub> <i>fib</i> - 2020 (kN)	V <sub>Rd</sub> Resp. Modelo A (kN)	V <sub>Rd</sub> Resp. Modelo B (kN)
9-1	658,67	0,00	0,00	0,00	0,00	1,50	111,80
9-2	592,80	142,08	142,08	142,08	142,08	139,20	177,40
9-3	526,93	275,45	275,45	275,45	275,45	216,40	240,00
9-4	461,07	579,56	579,56	579,56	579,56	579,40	592,80
9-5	395,20	842,99	842,99	769,34	842,99	814,70	811,60
9-6	329,33	911,25	887,42	784,67	911,25	827,00	852,30
9-7	263,47	911,25	881,87	799,37	911,25	705,20	854,80
9-8	197,60	911,25	875,99	813,51	911,25	578,30	822,20
9-9	131,73	911,25	869,83	827,15	911,25	434,40	817,40
9-10	65,87	911,25	863,41	840,34	911,25	314,10	818,20

Casos	M <sub>sd</sub> (kN ∙ m)	σ <sub>long</sub> NBR 6118 (MPa)	σ <sub>long</sub> CSA A23.3 (MPa)	σ <sub>long</sub> fib MC - 2020 (MPa)	σ <sub>long</sub> Resp. Modelo A (MPa)	σ <sub>long</sub> Resp. Modelo B (MPa)
9-1	658,67	434,78	434,78	434,78	435,00	418,60
9-2	592,80	434,78	431,82	440,05	418,10	419,60
9-3	526,93	434,78	415,66	424,09	397,80	391,80
9-4	461,07	434,78	437,65	445,19	432,70	418,70
9-5	395,20	434,78	435,10	455,57	400,90	402,90
9-6	329,33	403,44	401,16	431,71	353,90	368,50
9-7	263,47	361,83	369,05	397,95	285,00	329,40
9-8	197,60	321,79	338,61	365,93	218,00	288,80
9-9	131,73	283,17	309,69	335,51	144,50	251,10
9-10	65,87	245,82	282,18	306,60	75,10	211,00

Tabela 5 – Resumo dos valores encontrados de tensão longitudinal para  $k_x = 0, 45$ .



Figura 4 – Forças cortantes obtidos pelas diferentes normas e pelos Modelos A e B do Response-2000

para  $k_x = 0, 45$ .



Figura 5 – Tensão nas armaduras longitudinais pelas diferentes normas e pelos Modelos A e B do Response-2000 para  $k_x = 0, 45.$ 

A ruptura da seção no *Response-2000* pode ocorrer de forma dúctil quando for atingido o escoamento das armaduras transversais ou longitudinais. Também é possível a ruptura frágil através do limite da biela comprimida. Além disso, a ruptura por escorregamento pelas fissuras é caracterizada após atingir o limite de tensão de tração no concreto.

Os resultados das tensões na armadura longitudinal obtidos pelo *Response-2000* foram inferiores aos obtidos pelas recomendações da NBR 6118 (ABNT, 2023) para os casos analisados.

As tensões calculadas pela CSA A23.3-19 (2019) e pelo *fib* Model Code 2020 (2024) apontam para comportamentos aproximados aos encontrados pelo *Response-2000* para os casos 3 ( $k_x = 0,15$ ) a 9 ( $k_x = 0,15$ ), apesar da diferença no valor das tensões. Os casos 1 ( $k_x = 0,05$ ) e 2 ( $k_x = 0,10$ ) do *Response-2000* apresentaram resultados com maior dispersão devido à influência dos mecanismos complementares na resistência da seção.

Em casos de pares de solicitações com momentos fletores predominantes na seção, a ruptura pela armadura transversal e a diferença entre a tensão média e a tensão na região das fissuras podem indicar a diferença encontrada nos resultados de tensões na armadura longitudinal. Além disso, os mecanismos de transmissão de carregamentos na seção utilizando o *MCFT* considera resistência à tração entre fissuras, o que contribui para diferença entre a tensão média e tensão na região das fissuras.

Em momentos fletores predominantes em relação ao cortante na seção, as tensões longitudinais dos Modelos A e B obtidos pelo Response-2000 se aproximaram das normas avaliadas. Contudo, nos casos em que o cortante é predominante na seção, as tensões no Modelo A divergem consideravelmente das normas avaliadas com acentuada redução na tensão longitudinal acompanhada de redução no cortante resistente. No estudo de SÁ (2021), a cortante resistente obtido pelo *Response-2000* reduziu drasticamente em casos de solicitações cortantes predominantes na seção, o que pode ser característico em regiões de vigas hiperestáticas com pontos de momentos próximo a nulo e cortantes consideráveis. Enquanto isso, o comportamento do Modelo B se aproximou das normas avaliadas em pares de solicitações com cortantes predominantes.

Ao avaliar o caso 7.8 para o modelo A (Figura 6), observa-se que as tensões nas armaduras ainda não atingiram o patamar de escoamento e o banzo superior está tracionado. Adicionalmente, os parâmetros de resistência da seção em "vital sign" indicam que a tração do concreto  $f_1$  está próxima ao limite, caracterizando escorregamento pelas fissuras.



Figura 6 - Resultados nas armaduras e parâmetros de resistência da seção no Modelo A.

No Modelo B, a presença da armadura superior contribuiu para a redução da deformação de tração no banzo superior, conforme Figura 7, sendo possível resistir a maiores solicitações cortantes na seção pelo *Response-2000*. Além disso, a ruptura ocorreu com as tensões nas armaduras atingindo o patamar de escoamento na região das fissuras, junto com o limite de tensão na biela de compressão e de tração do concreto.



Figura 7 – Resultados nas armaduras e parâmetros de resistência da seção no Modelo B.

Nos casos com momentos fletores predominantes, os resultados do *fib* Model Code 2020 (2024) e do CSA A23.3-19 (2019) apresentaram pares de solicitações com tensões longitudinais inferiores às da NBR 6118 (ABNT, 2023), considerando o limite de resistência do aço de  $f_{yd} = 434,78$  *MPa* no banzo tracionado. Portanto, a expressão da NBR 6118 (ABNT, 2023) demonstrou ser conservadora nesses casos em relação a do fib Model Code 2020 (2024) e do CSA A23.3-19 (2019), exceto em pares de solicitações em que o limite da biela de compressão é atingido. Comparam-se as expressões dos acréscimos de força longitudinal devido ao cisalhamento:

$$\Delta T_{CSAA23.3} = \frac{(V_{sd} + V_c)}{2} \times cotg(\theta)$$
(31)

$$\Delta T_{CSA A23.3} = \Delta T_{MC 2020} \tag{32}$$

$$\Delta T_{NBR\,6118} = \frac{\alpha_l}{d} \times V_{sd} \tag{33}$$

$$a_{l} = d \times \left[\frac{V_{sd}}{2 \times (V_{sd} - V_{c})} \times (cotg(\theta))\right] \le d$$
(34)

$$\Delta T_{NBR\,6118} = 0.5 \times \frac{V_{sd}}{(V_{sd} - V_c)} \times cotg(\theta) \times V_{sd}$$
(35)

Supõe-se que o acrescimento de força longitudinal devido ao cisalhamento na expressão da NBR 6118 (ABNT, 2023) é maior que do *fib* Model Code 2020 (2024) e do CSA A23.3-19 (2019):

L

$$\Delta T_{NBR \ 6118} \ge \Delta T_{CSA \ A23.3} \tag{36}$$

$$0.5 \times \frac{V_{sd}}{(V_{sd} - V_c)} \times cotg(\theta) \times V_{sd} \ge \frac{(V_{sd} + V_c)}{2} \times cotg(\theta)$$
(37)

$$\frac{V_{sd}^{2}}{(V_{sd} - V_{c})} \ge (V_{sd} + V_{c})$$
(38)

$$V_{sd}^{2} \ge V_{sd}^{2} - V_{c}^{2}$$
(39)

A hipótese inicial se confirma com termos  $V_{sd}$  e  $V_c$  apresentando valores sempre positivos. O acréscimo de força no banzo tracionado pode ser considerado pela decalagem do diagrama de momentos fletores. Sendo assim, a expressão da decalagem considerando as recomendações do *fib* Model Code 2020 (2024) e do CSA A23.3-19 (2019) para estribos verticais é fornecida pela equação 41.

$$a_l = \frac{\Delta T_{CSA A.23.3}}{V_{sd}} \times d \tag{40}$$

$$a_{l} = 0.5 \times d \times \left(\frac{V_{sd}^{Su} + V_{c}}{V_{sd}}\right) \times cotg(\theta)$$
(41)

Demonstrando a comparação de tensões entre as normas considerando o limite de resistência da armadura de  $f_{yd} = 434,78 MPa$ , a expressão do *fib* Model Code 2020 (2024) e do CSA A23.3-19 (2019) para a força no banzo tracionado é dado pela equação 42. Portanto, apresenta-se a comparação da tensão longitudinal do caso 6 ( $k_x = 0,30$ ) através da Figura 8.

$$T = \frac{M_{sd}}{z} + \frac{(V_{sd} + V_c)}{2} \times cotg(\theta) \le \frac{M_{sd,máx}}{z_{máx}}$$
(42)



Figura 8 – Reavaliação da tensão nas armaduras longitudinais pelas normas avaliadas, para  $k_x = 0, 30$ . A partir da reavaliação das tensões longitudinais, encontram-se pares de solicitações em que a NBR 6118 (ABNT, 2023) é conservadora em relação às recomendações da CSA A23.3-19 (2019) e do *fib* Model Code 2020 (2024).

#### Referências

- ALMEIDA, L.E.O. Avaliação Da Contribuição De Resistência Do Concreto No Banzo Tracionado Em Vigas De Concreto Armado. Projeto de Graduação, Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2021
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS ABNT, 2023. NBR 6118 Projeto de Estruturas de Concreto, Rio de Janeiro, 2023.

BENTZ, E. C., COLLINS, M. P. User Manual – MEMBRANE-2000, RESPONSE-2000, TRIAX-2000, SHELL-2000. Version 1.1, 2001.

- BENTZ, E. C., VECCHIO, F.J., COLLINS, M. P. Simplified Modified Compression Field Theory for Calculating Shear Strength of Reinforced Concrete Elements. American Concrete Institute, Structural Journal, v. 103, n. 4, 2006.
- CELESTE, A. P. Modelo do Painel Fissurado Aplicado a Vigas de Concreto Armado. Escola Politécnica, Programa de Projeto de Estruturas, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2015.
- CSA, A23.3-19 Design of Concrete Structures, Canadá, 2019.
- INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE fib Model Code for Concrete Structures 2020, 2024.
- MÖRSCH, E. Concrete Steel Construction, McGraw-Hill, New York, 1909
- RITTER, W. Die Bauweise Hennebique (Construction Techniques of Hennebique). Schweizerische Bauzeitung, Zürich, 1899
- SÁ, M. A. Avaliação dos Critérios de Verificação a Cisalhamento Segundo a NBR 6118 Aplicando a Teoria do Campo de Compressão Modificada. Escola Politécnica Programa de Projeto de Estruturas, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2021
- VECCHIO, F. J., COLLINS, M.P. The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear, American Concrete Institute, Structural Journal, N° 83, 1986.