



Análise numérica da capacidade resistente à força cortante de uma viga de concreto armado com 4 m de altura e sem armadura transversal

Rudgen Rodrigues Caldas¹, Gabriel Teslenco Mansano³, Gabriel Ferreira Giroto⁴, Alex Micael Dantas de Sousa⁴

¹ UNESP / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira / rudgen.caldas@unesp.br

² UNESP / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira / gabriel.mansano@unesp.br

³ UNESP / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira / g.giroto@unesp.br

⁴ UNESP / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira / alex.dantas@unesp.br

Resumo

A capacidade resistente à força cortante de lajes de grande espessura sem estribo pode ser um aspecto crítico no projeto de estruturas como túneis, barragens e fundações de edifícios altos. Isto ocorre porque o efeito de escala reduz a resistência ao cisalhamento nominal das lajes com o aumento da espessura. Apesar de ser um fenômeno conhecido, o número de resultados experimentais sobre o tema é pequeno e dificulta a calibração das expressões normativas para considerar o problema. Por esta razão, foi desenvolvido um estudo numérico baseado no método dos elementos finitos com o objetivo de (i) validar a estratégia de modelagem proposta para a previsão da capacidade resistente à força cortante deste tipo de estrutura e (ii) observar o efeito de variações na resistência à compressão do concreto na capacidade resistente à força cortante das vigas. Para isto, foi utilizada uma viga de concreto armado sem estribos com 4 m de altura e com ruptura por força cortante como referência para calibração do modelo numérico. O modelo constitutivo adotado para o concreto foi o modelo de plasticidade com dano (CDP). Posteriormente, os resultados experimentais foram comparados aos previstos pelo modelo numérico e também por expressões normativas como a ABNT NBR 6118:2023 e ACI 318:2019. Observou-se que a norma brasileira apresenta previsões de capacidade resistente à força cortante contra a segurança para a viga estudada, enquanto as expressões do ACI 318:2019 apresentou previsões mais conservadoras e favor da segurança.

Palavras-chave

Capacidade resistente à força cortante; análise numérica; efeito de escala; lajes de concreto armado sem estribos.

1 - Introdução

A capacidade resistente à força cortante de lajes ou paredes de concreto armado de grande espessura sem armadura transversal (maiores do que 1 m, por exemplo), costuma ser um aspecto preocupante no projeto de estruturas de fundações para edifícios altos, paredes de barragens ou túneis. Isto ocorre porque a tensão de resistência nominal ao cisalhamento reduz com o aumento da espessura das lajes, o que costuma receber o nome de efeito de escala na resistência à força cortante (Collins et al., 2015).

Na prática, o desenvolvimento de estudos experimentais para melhorar a compreensão deste fenômeno e melhorar a precisão das expressões analíticas disponíveis nos códigos normativos é fundamental. Entretanto, existe uma dificuldade de se realizar ensaios experimentais em escala real devido ao peso, resistência e custo de montagem destes experimentos. Por esta razão, o desenvolvimento de estudos numéricos baseados no método dos elementos finitos podem ser uma alternativa interessante para aumentar a base de dados de resultados sobre a capacidade resistente à força cortante de estruturas com grandes espessuras.

Desta forma, este estudo propõe (i) apresentar uma estratégia de modelagem numérica para representar a ruptura de vigas de concreto armado esbeltas sem estribos com grandes espessuras e (ii) avaliar o nível de

submetidas a pós-tensão de 270 kN cada (na prática, isto equivale a inserir armadura transversal no lado leste da viga). Sob baixos níveis de carregamento, as deformações experimentais se aproximaram das estimativas elásticas, mas a rigidez diminuiu com o aumento da carga. No estágio 9 ($P = 1750$ kN), surgiram fissuras diagonais de 4 mm de largura, e no estágio 11, a carga de ruptura ($P = 2162$ kN) resultou na falha do concreto na região de aplicação da carga.

3 – Descrição da modelagem numérica

3.1 - Discretização da malha de elementos finitos

A malha bidimensional foi gerada utilizando elementos finitos de casca disponíveis no software Abaqus, sendo discretizada com elementos finitos quadrilaterais com dimensão média de 0,2 m ou 200 mm.

Para a malha do concreto e das placas de apoio/carregamento, foram empregados elementos do tipo S4R, que são elementos de casca quadrilateral reduzidos com 4 nós, cada nó possuindo 6 graus de liberdade (3 de translação e 3 de rotação). Esses elementos permitem uma aproximação linear para os deslocamentos e rotações. A escolha desse elemento é ideal para superfícies planas ou suavemente curvas, garantindo um equilíbrio entre precisão e custo computacional. O controle de tamanho aproximado de 0,2 m foi aplicado de forma uniforme, assegurando uma distribuição regular dos elementos e proporcionando uma solução numérica mais confiável para a análise. A Figura 2 apresenta a discretização da malha de elementos finitos utilizada no modelo numérico.

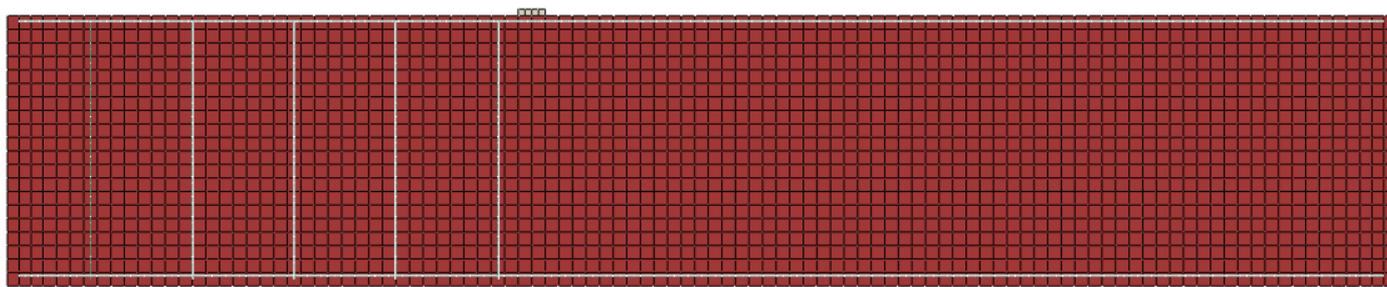


Figura 2 - Discretização da malha em elementos finitos. Fonte: Autor (2025).

Para as armaduras foram utilizados os elementos finitos T2D2, que são elementos de treliça bidimensionais com 2 nós e aproximação linear dos deslocamentos. O tamanho médio dos elementos finitos de treliça também foi de 0,2 m.

Como não foi verificada falha por aderência das armaduras, os elementos de treliça foram considerados embutidos no concreto através da formulação de embutimento (*embedded*) que assume aderência perfeita entre o aço e o concreto.

3.2 - Condições de contorno

O carregamento foi aplicado como deslocamento controlado, com um deslocamento máximo de 25 mm, em conformidade com as condições do experimento original. Essa abordagem permitiu avaliar a resistência global da viga e após atingir a força máxima (de ruptura).

Além da força concentrada, o peso próprio também foi considerado nas simulações numéricas através da inclusão da força gravitacional g e da densidade do concreto armado como 2500 kg/m³. Os deslocamentos vertical e horizontal foram restringidos no apoio esquerdo, enquanto no apoio direito apenas os deslocamentos verticais foram restringidos.

3.3 - Modelo constitutivo para os materiais

As propriedades do concreto e do aço foram modeladas com base em diferentes modelos constitutivos. O concreto foi modelado utilizando o Modelo de Plasticidade com Dano (Concrete Damaged Plasticity Model –

CDP). Para o concreto em compressão, foi adotado o comportamento tensão-deformação uniaxial proposto por Carreira e Chu (1986). A resistência à tração do concreto foi estimada de acordo com o ACI 318:2019 através da expressão:

$$f_{ct} = 0,33\sqrt{f_{cm}} \quad (1)$$

Na tração, o comportamento uniaxial do concreto foi modelado de acordo com as curvas tensão-abertura de fissura propostas por Hordijk (1992). A energia de fratura G_f foi calculada de acordo com o Model Code 1990 (Comité Euro-International du Béton, 1993) e as curvas tensão-abertura de fissura foram transformadas em curvas tensão-deformação inelástica dividindo-se os valores da abertura de fissura pelo tamanho característico do elemento finito l_{eq} conforme proposto por Genikomsou e Polak (2015).

Para a modelagem do concreto com o CDP foram ainda utilizados os seguintes parâmetros como dados de entrada após calibração: dilatância $\psi = 25^\circ$; fator de forma $K_c = 0,66$; excentricidade $e = 0,1$; razão entre resistência biaxial e uniaxial $\sigma_{b0}/\sigma_{c0} = 1,16$ e viscosidade $\mu = 0$.

Já o aço foi modelado utilizando o modelo constitutivo de von-Mises assumindo comportamento elasto-plástico perfeito (curva tensão-deformação bi-linear sem escruamente).

4 - Validação da estratégia de modelagem numérica

A calibração do modelo numérico mostrou-se satisfatória a partir do momento em que as fissurações simuladas apresentaram padrões correspondentes aos observados no modelo experimental descrito por Collins et al. (2015) com f_c de 40 MPa e ρ de 0,64%, conforme Figura 3.

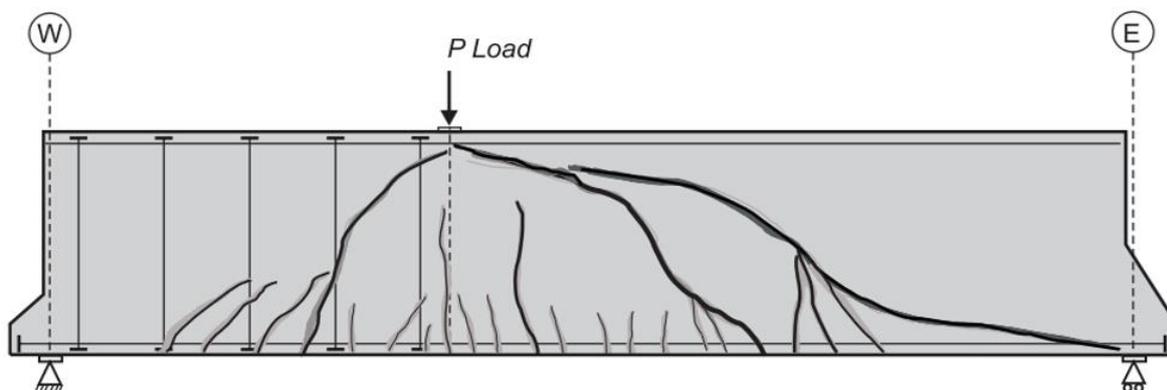


Figura 3 – Padrão de fissuração observado no ensaio experimental. Fonte: Adaptado de Collins et al. (2015).

Durante o processo de calibração, foram ajustados os parâmetros materiais e geométricos até que o comportamento do modelo numérico representasse de forma precisa os mecanismos de fissuração, tanto em termos de localização quanto na sequência de formação das fissuras. Na Figura 4, observa-se que, no lado leste da viga, onde não havia estribos, as figuras apresentaram um crescimento gradativo com o aumento da carga, tornando-se progressivamente mais largas e profundas até atingir o colapso. Por outro lado, no lado oeste, equipado com estribos, as deformações evidenciaram uma redução na rigidez estrutural, manifestada inicialmente por fissuras diagonais. Em estágios avançados, observou-se a falha do concreto devido à aplicação da carga.

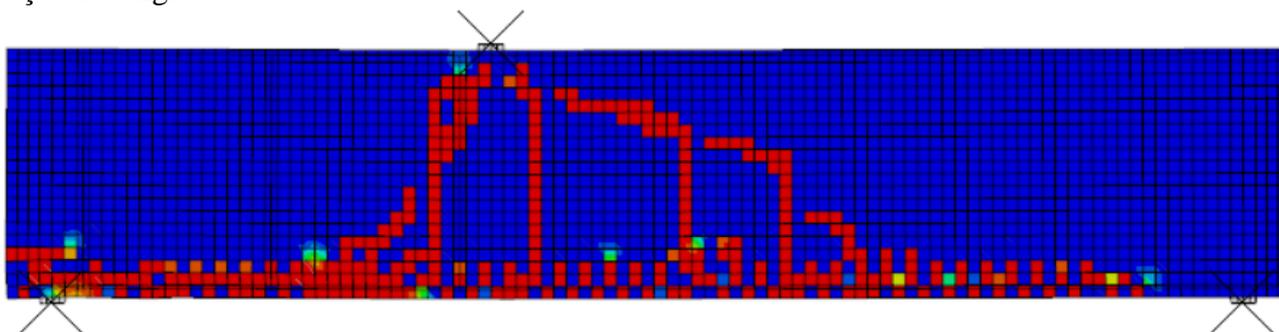


Figura 4 - Características da fissuração do modelo computacional através da distribuição do dano na tração (DAMAGET). Fonte: Autor (2025).

Além disso, os resultados numéricos demonstraram uma correspondência significativa com o comportamento gráfico obtido no ensaio experimental. O gráfico que relaciona o carregamento aplicado e os deslocamentos apresentou estágios de carregamento equivalentes, incluindo os momentos críticos correspondentes ao início das fissurações, ao pico de resistência e ao colapso estrutural. Essa correspondência evidencia a precisão do modelo numérico na captura das fases de resposta da viga sob carregamento. De forma quantitativa, a relação entre a força máxima observada no experimento e a força máxima prevista pelo modelo numérico foi de $F_{exp} / F_{num} = 1,02$, indicando um erro de apenas 2%. Esse nível de precisão ressalta a adequação do modelo numérico para análise de segurança e desempenho estrutural, reforçando sua confiabilidade na previsão do comportamento da viga.

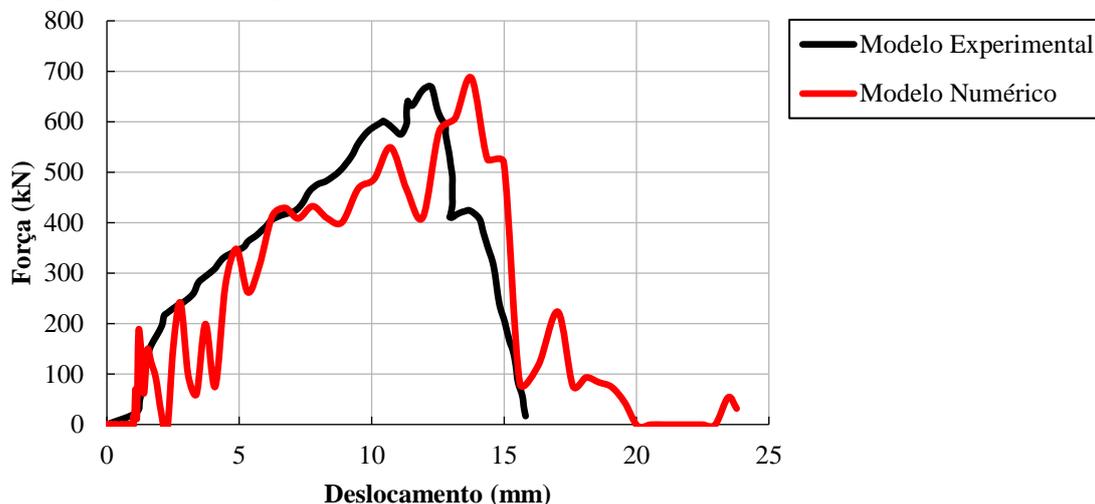


Figura 5 - Comparação da curva força × deslocamento obtidas no experimento e na simulação numérica. Fonte: Autor (2025).

5 - Análise Paramétrica

5.1 Parâmetros variados

Adicionalmente, diferentes resistências à compressão do concreto (30 MPa, 40 MPa e 50 MPa) e taxas de armadura longitudinal (taxas de 0,32%, 0,64%, 0,95% e 1,27%) foram analisadas, totalizando 12 modelos distintos. Essa análise paramétrica aprofundada objetivou investigar as respostas estruturais sob diferentes condições de carga.

Tabela 2 - Configuração dos modelos parametrizados. Fonte: Autor (2025).

Nomenclatura	Sigla	Resistência do concreto à compressão (MPa)	Taxa de armadura longitudinal (%)
fc40_p032	M1A	40	0,32
fc40_p064	M2A	40	0,64
fc40_p095	M3A	40	0,95
fc40_p127	M4A	40	1,27
fc30_p032	M5A	30	0,32
fc30_p064	M6A	30	0,64
fc30_p095	M7A	30	0,95
fc30_p127	M8A	30	1,27
fc50_p032	M9A	50	0,32
fc50_p064	M10A	50	0,64
fc50_p095	M11A	50	0,95
fc50_p127	M12A	50	1,27

5.2 Comparação entre resultados numéricos e analíticos

A Tabela 3 apresenta uma comparação entre as previsões de capacidade resistente à força cortante para o lado sem estribo das vigas fornecidas pelo método dos elementos finitos (MEF) e calculadas com as expressões analíticas da ABNT NBR 6118:2023 e ACI 318:2019 (ACI Committee 318, 2019). No caso do modelo da norma brasileira, foram avaliadas as previsões de resistência obtidas com as expressões de vigas (que não incluem nenhum fator relacionado ao efeito de escala) e as expressões de lajes (que levam em consideração o efeito de escala). No caso do ACI 318:2019, a mesma expressão utilizada para calcular a capacidade resistente à força cortante de vigas de concreto armado sem estribos também pode ser adotada para lajes. Destaca-se ainda que, a expressão para o cálculo da capacidade resistente à força cortante de vigas de concreto armado sem estribos da norma brasileira também não leva em consideração o efeito da taxa de armadura longitudinal ρ_l .

Tabela 3 – Comparação entre as previsões de capacidade resistente fornecidas pelo método dos elementos finitos (MEF) e calculadas com as expressões da ABNT NBR 6118:2013 (utilizando as expressões de vigas ou de lajes) e do ACI 318:2019.

Modelo	f_{cm} (MPa)	ρ_l (%)	$V_{R,MEF}$ (kN)	$V_{R,calc}$ (kN) NBR - Vigas	$V_{R,calc}$ (kN) NBR - lajes	$V_{R,calc}$ (kN) ACI318:19	$\frac{V_{R,MEF}}{V_{R,calc}}$	$\frac{V_{R,MEF}}{V_{R,calc}}$	$\frac{V_{R,MEF}}{V_{R,calc}}$
							NBR/ vigas	NBR/ lajes	ACI 318:19
fc40_pl032	40	0.33	435.2	1414.8	785.5	208.9	0.31	0.55	2.08
fc40_pl064	40	0.66	495.1	1414.8	863.6	263.2	0.35	0.57	1.88
fc40_pl095	40	0.99	510.6	1414.8	941.8	301.3	0.36	0.54	1.69
fc40_pl127	40	1.33	485.5	1414.8	1019.9	331.6	0.34	0.48	1.46
fc30_pl032	30	0.33	402.2	1167.9	648.4	180.9	0.34	0.62	2.22
fc30_pl064	30	0.66	454.6	1167.9	712.9	227.9	0.39	0.64	1.99
fc30_pl095	30	0.99	486.3	1167.9	777.4	260.9	0.42	0.63	1.86
fc30_pl127	30	1.33	516.2	1167.9	841.9	287.2	0.44	0.61	1.80
fc50_pl032	50	0.33	464.6	1641.7	911.5	233.5	0.28	0.51	1.99
fc50_pl064	50	0.66	512.6	1641.7	1002.2	294.2	0.31	0.51	1.74
fc50_pl095	50	0.99	525.9	1641.7	1092.8	336.8	0.32	0.48	1.56
fc50_pl127	50	1.33	561.1	1641.7	1183.5	370.7	0.34	0.47	1.51
Média							0.35	0.55	1.82
Coeficiente de variação							13.1%	11.2%	12.9%

Na Tabela 3, observa-se que os modelos numéricos apresentaram maior capacidade resistente à força cortante com o aumento da taxa de armadura longitudinal, conforme esperado analiticamente com as expressões de lajes da ABNT NBR 6118:2023 e do ACI 318:2019. Da mesma forma, comparando-se modelos com a mesma taxa de armadura longitudinal, observa-se que a capacidade resistente à força cortante prevista pelos modelos numéricos $V_{R,MEF}$ aumenta com o crescimento da resistência à compressão do concreto, o que também é considerado em todos os modelos analíticos investigados.

Entretanto, a Tabela 3 mostra que a relação entre as resistências numéricas e calculadas pela ABNT NBR 6118:2023 $V_{R,MEF}/V_{R,calc}$ apresentou valor médio de 0,35 com coeficiente de variação de 13,1% quando utilizadas as expressões de vigas. Isto indica que, em média, a resistência prevista pelos modelos numéricos com 65% menor do que aquela calculada pelas expressões da norma brasileira. Quando utilizadas as expressões disponíveis para as lajes, as previsões da norma brasileira apresentaram $V_{R,MEF}/V_{R,calc}$ com valor médio de 0,55 e coeficiente de variação de 11,2%. Neste caso, a resistência prevista pelos modelos numéricos foi cerca de 45% menor, em média, do que a calculada com as expressões da norma brasileira. Na prática, isto indica que, mesmo levando em consideração uma menor capacidade resistente à força cortante devido ao efeito de escala para as lajes, as previsões de resistência obtidas com a norma brasileira tendem a ser contra a segurança.

No caso do modelo analítico disponível no ACI 318:2019, a relação entre as resistências previstas pelo MEF e aquelas calculadas analiticamente apresentou valor médio de 1,82 com coeficiente de variação de

12,9%. Portanto, as previsões de capacidade resistente à força cortante obtidas com a formulação do ACI resultaram a favor da segurança.

Conclusões

Este estudo descreveu a estratégia de modelagem numérica adotada para representar uma ruptura por força cortante em viga de concreto armado esbelta com altura de 4 m. Além disso, também apresentou uma análise comparativa do nível de precisão obtidos por diferentes expressões de códigos normativos utilizadas para prever a capacidade resistente da viga no lado sem estribos. Dos desenvolvimentos apresentados, as seguintes conclusões podem ser descritas:

- A estratégia de modelagem numérica baseada no modelo de plasticidade com dano para representação do concreto apresentou precisão satisfatória na previsão do padrão de fissuração e capacidade resistente do ensaio de Collins et al. (2015). Portanto, admite-se que o efeito de escala envolvido no ensaio também foi adequadamente representado.
- As expressões da ABNT NBR 6118:2023 para o cálculo da capacidade resistente à força cortante de vigas ou lajes de concreto armado sem estribos apresentam previsões de resistência contra a segurança. Na prática, isto ocorre porque ambas as expressões foram calibradas com base em ensaio de vigas com altura menor do que 60 cm e, portanto, não levam em consideração o efeito de escala reduzindo a capacidade resistente à força cortante.
- A expressão disponível no ACI 318:2019 para a previsão da capacidade resistente à força cortante de vigas ou lajes de grande espessura sem estribos apresenta resultados a favor da segurança. Isto ocorre porque esta expressão possui um fator semiempírico λ que leva em consideração a redução da resistência ao cisalhamento nominal com o aumento da espessura das lajes. A relação entre as resistências previstas pelo modelo numérico e pela expressão analítica apresentou valor médio de 1,82 com coeficiente de variação de 12,9%.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), Brasil. Processo nº 2024/13561-5.

Referências

- ABNT NBR 6118:2023. (2023). Projeto de estruturas de concreto. In *Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT)*. Associação Brasileira de Normas Técnicas.
- ACI Committee 318. (2019). *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-19)* (p. 988). American Concrete Institute, Farmington Hills, MI.
- Carreira, D. J., & Chu, K.-H. (1985). *Stress-Strain Relationship for Plain Concrete in Compression*. *ACI Journal*, v. 82(6), n. 6, p. 797-804, 1985.
- Collins, M. P., Bentz, E. C., Quach, P., & Proestos, G. T. (2015). The Challenge of Predicting the Shear Strength of Very Thick Slabs. *Concrete International*, 37(11), 29–37.
- COLLINS, M. P., BENTZ, E. C., QUACH, P. T., & PROESTOS, G. T. (n.d.). *The Challenge of Predicting the Shear Strength of Very Thick Slabs*. *CI Concrete International, Toronto*, v. 37, n. 11, p. 29-37, nov. 2015. www.concreteinternational.com
- Comité Euro-International du Béton. (1993). *CEB-FIP Model Code 1990: design code*. <https://doi.org/10.1680/ceb-fipmc1990.35430>
- Genikomsou, A. S., & Polak, M. A. (2015). Finite element analysis of punching shear of concrete slabs using damaged plasticity model in ABAQUS. *Engineering Structures*, 98, 38–48. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.04.016>
- HORDIJK, D. A. (1992). *Tensile and tensile fatigue behaviour of concrete; experiments, modelling and analyses*. *Heron*, v. 37, n. 1,.